

## Pemodelan *Single Exponential Smoothing* (SES) Dan *Integer Autoregressive* (INAR) Pada Peramalan Permintaan *Intermittent*

Kinzie Feliciano Pinontoan<sup>1</sup>

Universitas Prisma

e-mail: [pinontoan.kinzie@prisma.ac.id](mailto:pinontoan.kinzie@prisma.ac.id)

### ABSTRAK

Peramalan sangat dibutuhkan untuk mencegah kondisi kelangkaan ataupun kelebihan stok barang. Metode peramalan kuantitatif dengan menggunakan pemodelan lebih bersifat informatif daripada metode kualitatif yang berdasarkan penilaian subjektif. Pemodelan *Single Exponential Smoothing* (SES) dan *Integer Autoregressive* (INAR) adalah dua model runtun waktu yang telah dikembangkan dan digunakan dalam peramalan. Tujuan penelitian ini adalah membandingkan dua pemodelan ini dalam meramalkan permintaan yang terputus-putus (*intermittent*). Proses peramalan ditunjukkan pada studi kasus dan keakuratan dua model ini dibandingkan dengan pengukuran *mean square error* (MSE). Hasil penelitian menunjukkan model INAR menghasilkan keunggulan dalam keakuratan peramalan terhadap model SES pada kondisi tertentu.

**Kata kunci:** *model SES, model INAR, permintaan intermittent, estimasi Yule-Walker, operasi thinning*

### ABSTRACT

*Forecasting is needed to prevent scarcity or excess stock of goods. Quantitative forecasting methods using modelling are more informative than qualitative methods based on subjective judgments. Single Exponential Smoothing (SES) and Integer Autoregressive (INAR) modelling are two time series models that have been developed and used in forecasting. The purpose of this research is to compare these two types of modelling in predicting intermittent demand. The forecasting process is shown in the empirical analysis and the accuracy is compared with the measurement of mean square error (MSE). The results of the research show the INAR model produces excellence in the accuracy of forecasting against the SES model under certain condition.*

**Keywords:** *SES model, INAR model, intermittent demand, Yule-Walker estimation, thinning operation*

### PENDAHULUAN

Peramalan dibutuhkan pada dunia bisnis khususnya pada manajemen rantai pasokan (*supply chain management*) yakni untuk memprediksikan seberapa besar kira-kira jumlah permintaan barang dibandingkan dengan persediaan supaya tidak terjadi kesenjangan baik kelangkaan maupun kelebihan persediaan. Kelangkaan pada saat menunggu waktu pasokan barang dan kelebihan saat tidak ada permintaan menentukan keuntungan dan kerugian bisnis.

Peramalan metode kuantitatif mengasumsikan pola variabel pada waktu lampau akan tetap ada pada waktu selanjutnya

(Makridakis dkk, 1997). Terdapat dua model pada metode kuantitatif yakni model runtun waktu (*time series*) dan kausal. Pemodelan runtun waktu menghubungkan nilai-nilai runtun data pada masa lampunya, *error*-nya dan juga variabel lainnya. Keuntungan model runtun waktu adalah relatif sederhana digunakan karena hanya membutuhkan data seri dan program komputer yang sesuai. Dua model pada runtun waktu dipilih pada penelitian ini yakni *Single Exponential Smoothing* (SES) dan *Integer Autoregressive* (INAR) karena kesamaannya dalam hal baik meramalkan data yang stasioner. Dari segi tingkat analisis data, model SES lebih mudah

dari pada model INAR. Frechtling (2001) mengkategorikan SES pada tingkat menengah dan model ARMA (*Autoregressive Moving Average*) pada tingkat atas. Model INAR adalah salah satu model khusus dari model ARMA. Model ARMA adalah lebih umum karena memodelkan data kontinu sedangkan INAR khusus pada data diskrit.

Penelitian ini dibatasi pada jenis data yang bersifat terputus-putus (*intermittent*). Shenstone dan Hyndman (2005) mengemukakan data suatu permintaan bersifat *intermittent* jika terdiri dari data runtun waktu yang berupa bilangan bulat tidak negatif dimana beberapa nilainya adalah nol. Adanya data dengan permintaan yang tidak konstan, dan terjadi periode bernilai nol bersifat *random*, sporadis adalah permintaan *intermittent* (Syntetos dan Bolyan, 2005). Sebagai contoh, data seri seperti ini biasa ditemui pada penjualan *spare part* kendaraan bermotor yang penjualannya tidak selalu ada atau tidak pasti baik dari segi waktu maupun kuantitas.

### Model Single Exponential Smoothing (SES)

Model SES berbentuk sebagai berikut,

$$Y_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) Y_t \quad (1)$$

dengan

$Y_{t+1}$  nilai peramalan pada periode berikut

$Y_t$  nilai aktual permintaan periode  $t$

$Y_t$  nilai peramalan permintaan periode  $t$

$\alpha$  konstanta penghalusan,  $0 < \alpha < 1$

Dari persamaan di atas diperoleh informasi jika konstanta  $\alpha$  bernilai 0, maka SES memberikan hasil peramalan yang sama pada seluruh periode dan jika  $\alpha$  bernilai 1, maka hasil peramalan merupakan nilai aktual periode sebelumnya (model *naive*). Model SES cocok digunakan hanya pada data yang stasioner, yakni tidak menunjukkan pola musiman ataupun *trend*. Jika muncul pola *trend* maka kestasioneran dapat dicapai

dengan melakukan proses *differencing* (Frechtling, 2001).

Pada persamaan (1), hasil peramalan membutuhkan dua nilai yakni data aktual dan juga data peramalan pada periode yang sama,  $Y_t$  dan  $Y_t$ . Maka untuk memulai proses SES, paling sederhana adalah dengan menganggap nilai aktual pada periode pertama adalah nilai peramalan pertama,  $Y_t = Y_t$  (model *naive*).

### Model Integer Autoregressive (INAR)

Model INAR adalah model AR yang bernilai bilangan bulat (*integer*). Model ini cocok memodelkan data runtun waktu diskrit. McKenzie (2003) mendefinisikan runtun waktu diskrit sebagai hitungan kejadian, objek atau individu dalam interval berturut-turut atau pada titik-titik berturut-turut dalam waktu, yaitu data yang bernilai dalam  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ . Model INAR yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah INAR(1), berbentuk sebagai berikut,

$$Y_{t+1} = \alpha \circ Y_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

dengan  $0 \leq \alpha \leq 1$  adalah fungsi probabilitas, dan  $\varepsilon_t$  adalah barisan variabel acak bilangan bulat tidak negatif yang tidak berkorelasi dengan rata-rata  $\mu$  dan variansi  $\sigma^2$ . Sedangkan “ $\circ$ ” disebut operator operasi *thinning*.

$\alpha \circ Y = \sum_{i=1}^Y X_i$ ,  $X_i$  variabel acak yang identik dan independen, dan independen terhadap  $Y$ . Model ini diperkenalkan pertama kali oleh Al Osh dan Alzaid (1987). Model ini diasumsikan stasioner dan  $\varepsilon_t$  berdistribusi Poisson sehingga  $E(\varepsilon_t) = \lambda$ . Hal ini diperlukan pada tahap peramalan.

Karena INAR(1) adalah model yang analog dengan AR(1) maka pendekatan

Box-Jenkins bisa diterapkan pada model INAR(1). Ini sesuai dengan penelitian Latour (1998). Tahapan Box-Jenkins untuk peramalan adalah sebagai berikut,

- 1) *Preprocessing* data untuk mengecek kestasioneran.
- 2) Identifikasi model dengan mengecek autokorelasi
- 3) Estimasi parameter
- 4) *Diagnostic checking*
- 5) Peramalan

Pada tahap 1) ini menyingkirkan data seri yang berpola *trend* ataupun musiman. Dengan adanya karakteristik distribusi Poisson nilai ekspektasi sama dengan nilai variansi (*equidispersion*) dilakukan uji dispersi untuk menyaring data seri yang memiliki frekuensi yang tinggi.

$$T_{CC} = \sum_{t=1}^n \frac{(Y_t - \bar{Y})^2}{\bar{Y}}$$

berdistribusi  $\chi^2_{n-1}$ , dengan tingkat signifikansi A.

Selanjutnya, untuk tahap 2) dan 4) dilakukan dengan mengecek ada tidaknya korelasi pada data seri. Jika tidak ada korelasi data, maka tidak dianalisa dengan model INAR (Jung dan Tremayne, 2006). Kemudian dilanjutkan dengan mengecek independensi residual. Kedua tahap ini menggunakan uji Ljung-Box,

$$Q^* = n(n+2) \sum_{j=1}^k \frac{\hat{\rho}(j)^2}{n-j}$$

berdistribusi  $\chi^2_{(k-(p+q))}$ ,  $n$  ukuran sampel,  $\hat{\rho}(j)$  nilai autokorelasi (ACF) pada period ke-  $j$ , serta  $p$  dan  $q$  orde model.

Proses tahap 4) dilakukan dengan menggunakan estimasi Yule-Walker, berbentuk,

$$r(h) = \frac{\sum_{i=h+1}^n (Y_i - \bar{Y})(Y_{i-h} - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

Diperoleh estimasi YW untuk model INAR(1) sebagai berikut,

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+1} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

dan

$$\hat{\lambda} = \frac{(1 - \hat{\alpha}) \sum_{t=1}^n Y_t}{n}$$

Tahap 5) peramalan model INAR(1) untuk satu periode selanjutnya adalah berbentuk  $Y_{t+1} = \alpha \circ Y_t + \lambda$ , hasil dari persamaan (2).

**METODE**

Penelitian ini menggunakan studi kasus untuk membandingkan dua model yang disajikan sebelumnya. Studi kasus menggunakan 1000 data seri jumlah permintaan pada industri mobil selama 24 bulan (Syntetos dan Boylan, 2005). Selanjutnya seluruh data ini disebut *Dataset*.

```
> head(t(tabel1),n=5)
```

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]	[,7]	[,8]	[,9]	[,10]	[,11]	[,12]	[,13]
SKU_1	59	32	21	0	7	15	26	21	9	3	4	5	5
SKU_2	21	6	2	13	2	4	0	0	4	7	2	5	0
SKU_3	9	2	3	3	0	1	1	2	6	6	3	11	0
SKU_4	9	2	3	1	0	1	0	1	2	5	3	1	2
SKU_5	2	5	2	9	5	1	2	5	0	6	4	4	9

Gambar 1. Sebagian *Dataset* Periode 24 Bulan

Penelitian meramalkan 1 periode ke depan menggunakan dua model. Dataset dibagi dalam dua bagian. Periode 1-22 digunakan untuk inialisasi dan sisanya untuk periode peramalan. Pada bagian inialisasi dilakukan tahap 1) sampai 4) pada pendekatan Box-Jenkins, dan tahap 5) untuk mengukur akurasi peramalan model SES dan INAR(1).

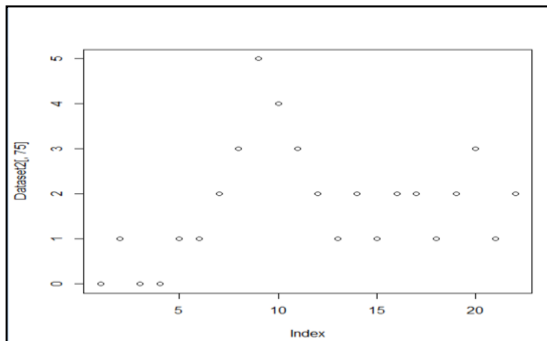
Dengan tingkat signifikansi  $A = 5\%$ , uji dispersi menyaring 665 data seri dengan tingkat permintaan yang tinggi, menyisakan

335 data seri. Dengan menggunakan uji Ljung-Box pada data seri untuk dependensi dan pengujian residual  $Q^*(3)$  diperoleh 143 data seri (*Dataset2*) yang dimodelkan dengan INAR(1).

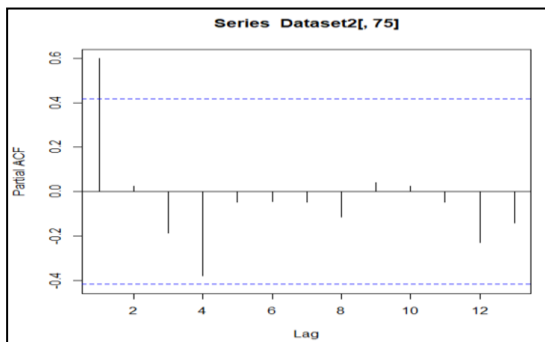
```
> tail(t(Dataset2),n=5)
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10] [,11] [,12] [,13] [,14]
V139  0  2  1  2  0  0  2  0  4  4  2  2  0  2
V140  3  3  2  0  3  1  0  2  1  1  1  1  2  0
V141  4  3  4  0  1  0  0  3  0  2  1  2  2  7
V142  3  3  2  4  4  0  0  1  3  3  2  4  2  3
V143  0  0  2  1  1  1  2  1  2  1  0  1  2  2
      [,15] [,16] [,17] [,18] [,19] [,20] [,21] [,22]
V139  2  1  0  2  0  0  0  1
V140  1  0  1  0  0  2  2  1
V141  2  1  1  1  1  3  2  1
V142  2  0  5  4  3  3  4  1
V143  1  1  0  1  0  0  1  1
> nrow(t(Dataset2))
[1] 143
```

Gambar 2. Sebagian *Dataset2* Periode 22 Bulan

Pola *partial* autokorelasi (PACF) data seri pada *Dataset2* pula diperhatikan untuk menetapkan model INAR(1), yang analog dengan model AR(1).

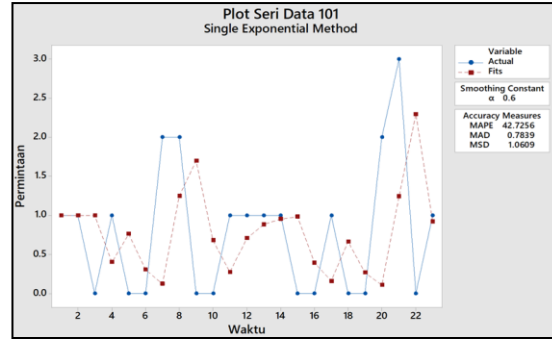


Gambar 3. Plot Permintaan *Dataset2*, data seri 75

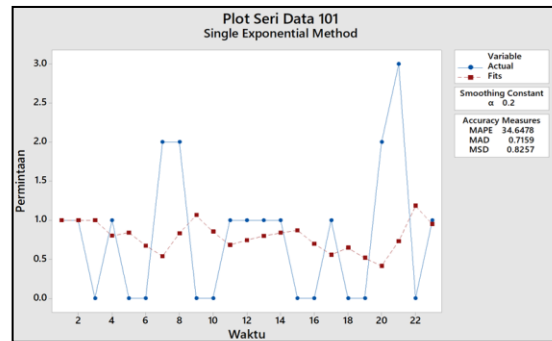


Gambar 4. Plot PACF AR(1) *Dataset2*, data seri 75

Selanjutnya *Dataset2* ini pula dimodelkan dengan SES. Dengan bantuan perangkat lunak R, diperoleh estimasi Yule-Walker untuk parameter  $\alpha$  dan  $\lambda$  INAR(1), beserta peramalannya. Minitab digunakan untuk peramalan SES. Nilai konstanta  $\alpha$  pada SES ditetapkan 0,2, 0,4, 0,6, dan 0,8.



Gambar 5. Peramalan SES Data Seri 101,  $\alpha = 0,6$



Gambar 6. Peramalan SES Data Seri 101,  $\alpha = 0,2$

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Berikut ini ditampilkan terlebih dahulu sebagian variasi parameter model INAR(1) dengan estimasi Yule-Walker.

Tabel 1. Nilai Parameter INAR(1)

Data Seri	Parameter	
	$\alpha$	$\lambda$
1	0.097	3.776
5	0.058	1.285
101	0.066	0.722

Data Seri	Parameter	
	$\alpha$	$\lambda$
120	1.870	1.781
143	0.182	0.781

Selanjutnya, sebagian hasil peramalan dari model SES dan INAR(1)

Tabel 2. Perbandingan Hasil Peramalan Model SES dan INAR(1)

Data Seri	Nilai Aktual	Nilai Parameter SES				INAR(1)
		0,2	0,4	0,6	0,8	
1	5	3.51	3.07	2.82	2.44	3.97
5	2	1.14	1.02	0.94	0.90	1.46
101	1	0.95	1.05	0.92	0.54	0.79
120	1	1.43	1.12	0.97	0.91	1.87
143	2	0.75	0.75	0.86	0.96	0.78

Akhirnya dari 143 data seri pada Dataset2 yang stasioner dan dimodelkan dengan SES dan INAR(1), hasil peramalan dibandingkan dengan pengukuran *mean square error*.

Tabel 3. Perbandingan  $MSE_{INAR(1)}$  Terhadap

$MSE_{SES}$				
Nilai Parameter SES				
0,2	0,4	0,6	0,8	Gabungan*
0.976	0.895	0.813	0.722	1.330

\*Jika memilih  $\alpha$  terbaik pada peramalan SES di setiap seri data

Dari Tabel 3 diperoleh hasil, peramalan data *intermittent* dengan model INAR(1) menunjukkan keunggulan dalam semua nilai konstanta SES. Hal ini mendukung teori yang mengkategorikan model INAR sebagai analog dan bagian dari model ARMA, adalah model yang canggih karena menggunakan analisis data yang lebih terstruktur daripada

model SES. Walaupun demikian, pengecualian berlaku (Gabungan\*, Tabel 3) apabila mencoba secara *trial and error* memilih konstanta  $\alpha$  yang bisa meramalkan dengan baik proses *intermittent*, walau harus diakui ini adalah proses yang sulit karena bersifat menebak-nebak, akibat kelemahan pemodelan SES. Di satu sisi, sesuai dengan kajian teori, model SES adalah model yang lebih mudah dalam analisis datanya.

## PENUTUP

### Kesimpulan

Model SES dan INAR(1) adalah model yang cocok meramalkan permintaan yang bersifat terputus-putus. Penggunaan kedua model ini terbatas pada data yang bersifat stasioner dan model SES hanya bisa digunakan untuk meramalkan satu periode ke depan. Walaupun memiliki analisis yang lebih sulit, pada perbandingannya, model INAR(1) unggul dalam keakuratan peramalan dibandingkan model SES.

### Saran

Akhirnya, berdasarkan hasil studi ini, peneliti lebih menganjurkan penggunaan model INAR(1) dengan analisis yang baik dibandingkan model SES, untuk peramalan dalam manajemen rantai pasokan. Penggunaan model ini akan sangat membantu dalam hal mencegah kerugian akibat kelangkaan ataupun kelebihan stok barang khususnya yang bersifat *intermittent*.

## DAFTAR PUSTAKA

- Al-Osh, M. A. & Alzaid, A. A. (1987). First-order Integer valued Autoregressive (INAR(1)) Process. *Journal of Time Series Analysis* 8(3).
- Box, G. E., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. (2008). *Time Series Analysis:*

*Forecasting and Control, 4<sup>th</sup> Ed. New Jersey: John Wiley & Sons.*

Frechtling, D. (2001). *Forecasting Tourism Demands: Methods and Strategies*. Oxford: Butterworth-Heinemann.

Jung, R. C. & Tremayne, A. R. (2006). Coherent Forecasting in Integer Time Series Models. *International Journal of Forecasting* 22.

Latour, A. (1998). Existence and Stochastic Structure of a Non-negative Integer valued Autoregressive Process. *Journal of Time Series Analysis* 19(4).

Makridakis, S., Wheelwright, S., & Hyndman, R. (1997). *Forecasting: Methods and Applications*. New Jersey: Wiley.

McKenzie, E. (2003). *Discrete Variate Time Series, in Stochastic Processes: Modelling and Simulation*. Amsterdam: Elsevier

Mohammadipour, M. (2009). *Intermittend Demand Forecasting with Integer Autoregressive Moving Average Models*. London: Brunel University.

Rosadi, D. (2014). *Analisis Runtun Waktu dan Aplikasinya dengan R*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.

Syntetos, A. A. & Boylan, J. E. (2005). The Accuracy of Intermittend Demand Estimates. *International Journal of Forecasting* 21.

## RIWAYAT HIDUP PENULIS



**Kinzie Feliciano Pinontoan, S.Pd, M.Sc.**

Lahir di Tomohon, 6 April 1989. Staf pengajar di Universitas Prisma. Studi S1 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Manado, lulus tahun 2011; S2 Matematika Universitas Gadjah Mada, lulus tahun 2016.